

INTERMEDIATE EXAMINATION - 2020 (ANNUAL)

Mathematics (MODEL SET)

Time :- 3 Hrs. 15 Minutes

गणित

Full Marks - 100

समय : 3 घंटे 15 मिनट

पूर्णांक – 100

Total no. of questions : 95

प्रश्नों की संख्या : 95

**I.Sc. & I.A.**

परीक्षार्थियों के लिए निर्देश :-

**Instructions for the candidates :-**

1. Candidates are required to give their answer in own words as far as practicable.

परीक्षार्थी यथासंभव अपने शब्दों में उत्तर दें।

2. Figures in the right hand margin indicate full marks.

दाहिनी ओर हाशिये पर दिये हुए अंक पूर्णांक निर्दिष्ट करते हैं।

3. 15 Minutes of extra time has been allotted for the candidate to read the question paper carefully.

इस प्रश्न पत्र को ध्यानपूर्वक पढ़ने के लिये 15 मिनट का अतिरिक्त समय दिया गया है।

4. This question paper is divided into two sections. Section-A and Section-B

यह प्रश्न पत्र दो खण्डों में है, खण्ड—अ एवं खण्ड—ब।

5. In section A, there are 60 objective type questions. Answer any 50 questions. Each question carries 1 mark. First 50 answers will be evaluated in case more than 50 questions are answered. Darken

the circle with blue/black ball pen against the correct option on OMR-answer sheet provided to you. Do not use whitener/liquid/Blade/Nail etc on OMR-sheet; otherwise the result will be invalid.

खण्ड—अ में 60 वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं। किन्हीं 50 प्रश्नों के उत्तर दें। प्रत्येक के लिए 1 अंक निर्धारित है। पचास से अधिक प्रश्नों के उत्तर देने पर प्रथम 50 उत्तरों का मूल्यांकन किया जाएगा। इनका उत्तर उपलब्ध कराए गए OMR-उत्तर पत्रक में दिए गए सही वृत्त को काले/नीले बॉल पेन से भरें। किसी भी प्रकार के व्हाइटनर/तरल पदार्थ/ब्लेड/नाखून आदि का उत्तर पुस्तिका में प्रयोग करना मना है, अन्यथा परीक्षा परिणाम अमान्य होगा।

6. In section-B, there are 27 short answer type questions. Each question carries 2 marks. Any 15 questions are to be answered. Apart from this, there are 8 Long answer type questions, each carrying 5 marks out of which any four questions are to be answered.

खण्ड—ब में 27 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक के लिये दो अंक निर्धारित है। किन्हीं 15 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है। इनके अतिरिक्त इस खण्ड में 5 अंक वाले 8 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिए गए हैं जिनमें किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर देना है।

7. Use of any electronic appliances is strictly prohibited.

किसी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरण का प्रयोग पूर्णतया वर्जित है।

## SECTION-A (Objective Type Questions)

खण्ड—अ (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

प्रश्न संख्या 1 से 60 तक के प्रत्येक प्रश्न के साथ चार विकल्प दिए गए हैं जिनमें से एक सही है। किन्हीं 50 प्रश्नों का उत्तर दें। अपने द्वारा चुने गए सही विकल्प को OMR-शीट पर अंकित करें। (50x1=50)

Question nos. 1 to 60 have four options out of which only one is correct.

Answer any 50 questions. Mark your selected option on the OMR-sheet.

(50x1=50)

1. यदि किसी समुच्चय A में एक संबंध R इस प्रकार हो कि

$(x, y) \in R, (y, z) \in R \Rightarrow (x, z) \in R$  तो संबंध R कहलाता है

A. स्वतुल्य

B. सममित

C. संक्रामक

D. तुल्यता

If R be a relation in any set A such that  $(x, y) \in R, (y, z) \in R \Rightarrow (x, z) \in R$

then the relation R is called

A. reflexive

B. symmetric

C. transitive

D. equivalence

2.  $\cos^{-1}x, x \in [-1, 1] =$

A.  $\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}x$

B.  $\pi - \sin^{-1}x$

C.  $2\pi + \sin^{-1}x$

D.  $\frac{\pi}{2} - \sin^{-1}x$

3.  $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y =$

,  $xy < 1$

A.  $\tan^{-1}\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$

B.  $\tan^{-1}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$

C.  $\tan^{-1}\left(\frac{1-xy}{x+y}\right)$

D.  $\tan^{-1}\left(\frac{x-y}{1+xy}\right)$

4.  $\begin{vmatrix} 8 & 9 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} =$

A. 16

B. 11

C. 6

D. 42

5.  $\begin{vmatrix} p & q \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$

A.  $4p - 5q = 0$

B.  $\frac{p}{5} + \frac{q}{4} = 0$

C.  $\frac{p}{4} - \frac{q}{5} = 0$

D.  $\frac{p}{4} + \frac{q}{5} = 0$

6.  $\begin{vmatrix} 8 & 3 & -4 \\ 7 & 5 & 6 \\ 15 & 8 & 2 \end{vmatrix} =$

A. 126

B. 234

C. 0

D. 55

7. यदि  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  तो  $I^3 =$

A.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

B.  $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

C.  $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

D.  $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

If  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  then  $I^3 =$

A.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

B.  $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

C.  $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

D.  $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

8.  $3 \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} =$

A.  $\begin{bmatrix} 3x & y \\ z & w \end{bmatrix}$

B.  $\begin{bmatrix} 3x & 3y \\ z & w \end{bmatrix}$

C.  $\begin{bmatrix} 3x & 3y \\ 3z & w \end{bmatrix}$

D.  $\begin{bmatrix} 3x & 3y \\ 3z & 3w \end{bmatrix}$

9. निम्नलिखित में से कौन शून्य आव्यूह है?

Which one of the following is a zero matrix ?

A.  $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

B.  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

C.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

D.  $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

10.  $5 \begin{bmatrix} x & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23 & 1 \\ 21 & 52 \end{bmatrix} \Rightarrow (x, y) =$

A. (4, 6)

B. (5, 9)

C. (4, 9)

D. (9, 4)

11.  $\frac{d}{dx}(5x^2) =$

A.  $5x$

B.  $\frac{5x^3}{3}$

C.  $10x$

D. 5

12.  $\frac{d}{dx} \left( \frac{\sin 3x}{3} \right) =$

A.  $3\cos 3x$

B.  $\cos 3x$

C.  $\frac{\cos 3x}{9}$

D.  $-\cos 3x$

13.  $\frac{d}{dx}(e^{2x}) =$

A.  $e^{2x}$

B.  $\frac{e^{2x}}{2}$

C.  $2e^{2x}$

D.  $3e^{2x}$

14.  $\frac{d}{dx} (\cos 2x) =$   
 A.  $\sin 2x$       B.  $2\sin 2x$       C.  $-2\sin 2x$       D.  $-2\cos 2x$
15.  $\frac{d}{dx} (\cos x + e^x) =$   
 A.  $\cos x - e^x$       B.  $-\sin x - e^x$       C.  $-\sin x + e^x$       D.  $\sin x + e^x$
16.  $\frac{d}{dx} (\log 2x) =$   
 A.  $\frac{1}{2x}$       B.  $\frac{1}{x}$       C.  $\frac{2}{x}$       D.  $2x$
17.  $\frac{d}{dx} [e^{\cos x}] =$   
 A.  $e^{\cos x}$       B.  $-\sin x \cdot e^{\cos x}$       C.  $\sin x e^{\cos x}$       D.  $\cos x \cdot e^{\cos x}$
18.  $\frac{d}{dx} (a^{2x}), a > 0 =$   
 A.  $2a^{2x}$       B.  $2a^{2x} \log a$       C.  $a^{2x} \log a$       D.  $\frac{a^{2x}}{\log a}$
19.  $x = a \cos \theta, y = a \sin \theta \Rightarrow \frac{dy}{dx} =$   
 A.  $\sec 2\theta$       B.  $-\cot \theta$       C.  $-\tan \theta$       D.  $\cot^2 \theta$
20.  $\frac{d^2}{dx^2} (x^{20}) =$   
 A.  $20x^{19}$       B.  $20x^{18}$       C.  $380x^{18}$       D.  $x^{18}$
21.  $x = 2$  पर वक्र  $y = x^3 - 2x$  पर स्पर्श रेखा की ढाल है  
 A. 9      B. 10      C. 11      D. इनमें कोई नहीं
- The slope of the tangent to the curve  $y = x^3 - 2x$  at  $x = 2$  is  
 A. 9      B. 10      C. 11      D. None of these
22.  $x$  के सभी वास्तविक मानों के लिए,  $\frac{1-x+x^2}{1+x+x^2}$  का न्यूनतम मान है  
 A. 1      B. 0      C.  $\frac{1}{3}$       D. इनमें से कोई नहीं
- For all real values of  $x$ , the minimum value of  $\frac{1-x+x^2}{1+x+x^2}$  is  
 A. 1      B. 0      C.  $\frac{1}{3}$       D. None of these
23. वक्र  $x^2=4y$  के बिंदु  $(2, 1)$  पर अभिलंब है :

- A.  $x + y = 3$       B.  $x - y = 3$       C.  $x + y = 1$       D. इनमें से कोई नहीं

The normal to the curve  $x^2=4y$  at point (2, 1) is

- A.  $x + y = 3$       B.  $x - y = 3$       C.  $x + y = 1$       D. None of these

24.  $3\int x^2 dx =$

- A.  $\frac{x^3}{3} + C$       B.  $x^3 + C$       C.  $x^2 + C$       D.  $6x + C$

25.  $4\int \sin 4x dx =$

- A.  $K - \cos 4x$       B.  $K - \frac{\cos 4x}{4}$       C.  $K + \frac{\cos 4x}{4}$       D.  $K + \cos 4x$

26.  $\int \cos 7x dx =$

- A.  $K - \sin 7x$       B.  $K - 7 \sin 7x$       C.  $K + \frac{\sin 7x}{7}$       D.  $K + \sin 7x$

27.  $\int e^x dx =$

- A.  $e^x + K$       B.  $\frac{e^{x+1}}{x+1} + K$       C.  $\log |x| + K$       D.  $2e^{2x} + K$

28.  $\int \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} dx =$

- A.  $\frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x + K$       B.  $\frac{x^2}{2} - 3x + K$   
 C.  $\frac{x^2}{2} + 3x + K$       D.  $\frac{x^3}{4} - 6x^2 + K$

29.  $\int \sec x dx =$

- A.  $\log |\tan x| + K$       B.  $\log |\sec x| + K$   
 C.  $\log |\sec x + \tan x| + K$       D.  $\log |\cot x| + K$

30.  $\int \cos^2 x dx =$

- A.  $\frac{\cos^3 x}{3} + K$       B.  $\frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + K$   
 C.  $x + \sin 2x + K$       D.  $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x + K$

31.  $\int \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx =$

- A.  $\tan x + \cot x + K$       B.  $\tan x + \operatorname{cosec} x + K$   
 C.  $-\tan x + \cot x + K$       D.  $\tan x + \sec x + K$

32.  $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}, (a > x) =$

A.  $\frac{1}{2a} \log | a^2 - x^2 | + K$

B.  $\frac{1}{2a} \log | a^2 + x^2 | + K$

C.  $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + K$

D.  $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a-x}{a+x} \right| + K$

33.  $\int_2^3 x^2 dx =$

A. 19

B.  $\frac{19}{2}$

C.  $\frac{19}{3}$

D.  $\frac{19}{6}$

34.  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^5 x dx =$

A. 0

B. 1

C.  $\frac{1}{4}$

D.  $\frac{3}{4}$

35.  $\int_0^1 (\tan^{-1} x + \cot^{-1} x) dx =$

A.  $\frac{\pi}{2}$

B. 0

C. -1

D.  $\frac{\pi}{4}$

36. अवकलन समीकरण  $\frac{d^3y}{dx^3} + 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - \frac{dy}{dx} + y = 0$  का degree है

A. 1

B. 2

C. 3

D. इनमें कोई नहीं

The degree of the differential equation  $\frac{d^3y}{dx^3} + 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - \frac{dy}{dx} + y = 0$  is

A. 1

B. 2

C. 3

D. None of these

37. अवकलन समीकरण  $\frac{d^2y}{dx^2} + y\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + y = 0$  का order है

A. 1

B. 2

C. 3

D. इनमें कोई नहीं

The order of the differential equation  $\frac{d^2y}{dx^2} + y\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + y = 0$  is

A. 1

B. 2

C. 3

D. None of these

38. अवकलन समीकरण  $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$  का हल है

A.  $\sin^{-1} y = \sin^{-1} x + K$

B.  $\cos^{-1} y = \cos^{-1} x + K$

C.  $\tan^{-1} y = \tan^{-1} x + K$

D. इनमें कोई नहीं

The Solution of the differential equation  $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$  is

A.  $\sin^{-1} y = \sin^{-1} x + K$

B.  $\cos^{-1} y = \cos^{-1} x + K$

C.  $\tan^{-1} y = \tan^{-1} x + K$

D. None of these

39. अवकलन समीकरण  $\frac{dy}{dx} - y = \cos x$  का समाकलन गुणक है

- A.  $e^{\cos x}$       B.  $e^{-\cos x}$       C.  $e^{-x}$       D.  $e^x$

The integrating factor of the differential equation  $\frac{dy}{dx} - y = \cos x$  is

- A.  $e^{\cos x}$       B.  $e^{-\cos x}$       C.  $e^{-x}$       D.  $e^x$

40. अवकलन समीकरण  $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^3, x > 0$  का हल है

- A.  $y = x^3 + K$       B.  $y = x^3 + Kx$   
C.  $y = 3x^2 + K$       D. इनमें कोई नहीं

The solution of the differential equation  $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^3, x > 0$  is

- A.  $y = x^3 + K$       B.  $y = x^3 + Kx$   
C.  $y = 3x^2 + K$       D. None of these

41.  $|\vec{j}| =$

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

42.  $|\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}| =$

- A. 1      B. 3      C. 2      D.  $\sqrt{3}$

43.  $\vec{i} \cdot \vec{j} =$

- A. 0      B. 1      C. 2      D.  $\vec{k}$

44. निम्नलिखित में कौन सत्य है ?

Which one of the following is true ?

- A.  $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$       B.  $\vec{j} \times \vec{j} = \vec{i}$   
C.  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$       D.  $\vec{i} \times \vec{k} = \vec{j}$

45. y-अक्ष की दिक्-कोज्याएँ हैं

- A. 0, 0, 0      B. 1, 0, 0      C. 0, 1, 0      D. 0, 0, 1

The direction cosines of the y-axis are



- A. 0, 0, 0      B. 1, 0, 0      C. 0, 1, 0      D. 0, 0, 1

46. यदि दो सरलरेखाओं की दिक् कोज्याएँ  $l_1, m_1, n_1$  और  $l_2, m_2, n_2$  हों तथा वे परस्पर लम्ब हों तो

If the direction cosines of two straight lines be  $l_1, m_1, n_1$  and  $l_2, m_2, n_2$  and the lines be mutually perpendicular, then

- A.  $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$       B.  $\frac{l_1}{l_2} + \frac{m_1}{m_2} + \frac{n_1}{n_2} = 0$   
 C.  $l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$       D.  $l_1^2 l_2^2 + m_1^2 m_2^2 + n_1^2 n_2^2 = 0$

47. यदि एक रेखा के दिक् अनुपात  $-18, 12, -4$  हैं तो इसकी दिक् कोज्याएँ हैं

- A.  $\frac{-9}{11}, \frac{6}{11}, \frac{-2}{11}$       B.  $\frac{9}{11}, \frac{-6}{11}, \frac{2}{11}$   
 C.  $\frac{-9}{11}, \frac{-6}{11}, \frac{-2}{11}$       D. इनमें कोई नहीं

If the direction ratios of a straight line are  $-18, 12, -4$  then its direction cosines are

- A.  $\frac{-9}{11}, \frac{6}{11}, \frac{-2}{11}$       B.  $\frac{9}{11}, \frac{-6}{11}, \frac{2}{11}$   
 C.  $\frac{-9}{11}, \frac{-6}{11}, \frac{-2}{11}$       D. none of these

48. तलों  $2x - y + z + 8 = 0$  और  $x + y + 2z - 14 = 0$  के बीच का न्यूनकोण है

The acute angle between the planes  $2x - y + z + 8 = 0$  and  $x + y + 2z - 14 = 0$  is

- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $90^\circ$

49. निम्नलिखित में कौन उद्देशीय फलन हैं ?

- A.  $x \geq 0$       B.  $y \geq 0$       C.  $z = x + y$       D. इनमें सभी

Which of the following is an objective function ?

- A.  $x \geq 0$       B.  $y \geq 0$       C.  $z = x + y$       D. all of the above

50. निम्नलिखित में कौन व्यवरोध नहीं है?

A.  $x \geq 0, y \geq 0$

B.  $2x + 3y \leq 5$

C.  $z = 7x + 3y$

D. इनमें सभी

Which of the following is not a constraint?

A.  $x \geq 0, y \geq 0$

B.  $2x + 3y \leq 5$

C.  $z = 7x + 3y$

D. All of the above

51. व्यक्थरुधुं  $x + y \leq 5, x \geq 0, y \geq 0$  कु अंतर्गत  $z = 2x + 3y$  कु अधलकतड डान है

A. 10

B. 15

C. 20

D. इनडुं कुडुं नहुं

Subject to constraints  $x + y \leq 5, x \geq 0, y \geq 0$ , the maximum value of

$z = 2x + 3y$  is

A. 10

B. 15

C. 20

D. none of these

52. नलडुन डुं कुडुन सतुड है?

Which of the following is true? [ $P(F) \neq 0$ ]

A.  $P(E/F) = \frac{P(E \cup F)}{P(F)}$

B.  $P(E/F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$

C.  $P(E/F) = P(E) \cdot P(F)$

D.  $P(E/F) = P(E) + P(F)$

53. एक सलकुके कु 10 डर उछलल कुतल है। ठलक छः कुतल आने कु डुरलडुकुतल है

A coin is tossed 10 times. The probability of exactly six heads is

A.  $\frac{101}{512}$

B.  $\frac{103}{512}$

C.  $\frac{105}{512}$

D.  $\frac{109}{512}$

54. डदल N डर एक दुवलआधरल संकुरलडुल '0' इस डुरकलर हु कु  $a0b = a^3 + b^3 \forall a, b \in N$ 

तु 2 0 3 डरलडर है

If '0' be a binary operation on N such that  $a0b = a^3 + b^3 \forall a, b \in N$ 

then 2 0 3 equals

A. 35

B. 53

C. 46

D. 60

55.  $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{a}) =$

- A.  $\vec{a}$                       B.  $3\vec{a}$                       C.  $|\vec{a}|^3$                       D. 0
56.  $[\vec{j} \ \vec{k} \ \vec{i}] =$   
 A. 0                      B.  $\vec{0}$                       C. 1                      D. -1
57.  $(\vec{j} \times \vec{k}) \times \vec{i} =$   
 A.  $\vec{0}$                       B. 1                      C. -1                      D. -2
58.  $a0b = a^2 + b^2$  प्रकार से परिभाषित  $N$  में एक द्विआधारी संक्रिया 0 है। निम्नलिखित में कौन सत्य है?
- A. 0 साहचर्य और क्रम विनिमेय दोनों है।  
 B. 0 क्रम विनिमेय है किंतु साहचर्य नहीं है।  
 C. 0 साहचर्य है किन्तु क्रम विनिमेय नहीं है।  
 D. 0 न तो क्रम विनिमेय है और न साहचर्य है।
- 0 is a binary operation on  $N$  defined as  $a0b = a^2 + b^2$ . Which of the following is true ?
- A. 0 is both associative and commutative.  
 B. 0 is commutative but not associative.  
 C. 0 is associative but not commutative.  
 D. 0 is neither commutative nor associative.
59. ताश की एक गड्डी से यादृच्छया दो पत्ते निकाले जाते हैं। यदि  $X$  इक्कों की संख्या हो तो  $E(X)$  का मान है :
- A.  $\frac{37}{221}$                       B.  $\frac{5}{13}$                       C.  $\frac{1}{13}$                       D.  $\frac{2}{13}$
- Two cards are drawn at random from a deck of cards. If  $X$  be the number of aces obtained then the value of  $E(X)$  is
- A.  $\frac{37}{221}$                       B.  $\frac{5}{13}$                       C.  $\frac{1}{13}$                       D.  $\frac{2}{13}$

60. यदि  $X = \{1, 2, 3\}$  तो  $(1, 2)$  और  $(2, 1)$  को शामिल करते हुए तुल्यता संबंधों की संख्या है

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. इनमें कोई नहीं

Let  $X = \{1, 2, 3\}$  then the number of equivalence relations containing  $(1,2)$  and  $(2, 1)$  is

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. none of these

खण्ड—ब / SECTION-B

गैर वस्तुनिष्ठ प्रश्न / Non-objective Type Questions

लघुउत्तरीय प्रश्न / Short Answer Type Questions

प्रश्न संख्या 1 से 27 तक लघुउत्तरीय हैं। किन्हीं 15 प्रश्नों के उत्तर दें। प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित है। (15x2=30)

Question nos. 1 to 27 are short answer type. Answer any 15 questions.

Each question carries 2 marks. (15x2=30)

1. यदि  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  इस प्रकार परिभाषित है कि  $f(x) = 2x + 7, x \in \mathbb{R}$ , तो  $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  परिभाषित करें और  $f^{-1}(3)$  का मान ज्ञात करें।

If  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  is defined by  $f(x) = 2x + 7, x \in \mathbb{R}$ , define  $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  and find the value of  $f^{-1}(3)$ .

2. सिद्ध करें कि

Prove that

$$4(\cot^{-1}3 + \operatorname{Cosec}^{-1}\sqrt{5}) = \pi$$

3.  $\tan^{-1}(-\frac{1}{\sqrt{3}})$  का मुख्य मान ज्ञात करें।

Find the principal value of  $\tan^{-1}(-\frac{1}{\sqrt{3}})$ .

4.  $x$  का मान ज्ञात करें जब

Find the value of  $x$  when

$$\begin{vmatrix} x & 7 \\ x & x \end{vmatrix} = -10$$

5. सारणिक का मान ज्ञात करें :

Find the value of the determinant :

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

6.  $x, y, z$  और  $w$  ज्ञात करें जबकि

Find  $x, y, z$  and  $w$  given that

$$3 \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 6 \\ -1 & 2w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & x+y \\ z+w & 3 \end{bmatrix}$$

7. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$  और  $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  तो  $AB$  और  $BA$  ज्ञात करें यदि संभव हो।

If  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  then find  $AB$  and  $BA$ , if

possible.

8. यदि  $y = \sqrt{5 + 2x - 4x^5}$  तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात करें।

If  $y = \sqrt{5 + 2x - 4x^5}$  then find  $\frac{dy}{dx}$ .

9. यदि  $y = \sqrt{\cos(\sin\sqrt{x})}$  तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात करें।

If  $y = \sqrt{\cos(\sin\sqrt{x})}$  then find  $\frac{dy}{dx}$

10.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात करें यदि,  $y = \sqrt{x} \tan(\log\sqrt{x})$

Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $y = \sqrt{x} \tan(\log\sqrt{x})$

11.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात करें यदि,  $x^2y^2 = 1 + xy + y^2$ .

Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $x^2y^2 = 1 + xy + y^2$ .

12.  $z = 2x + y$  का अधिकतमीकरण करें जब कि व्यवरोध है :  $x + 2y \leq 20, x \geq 0,$

$y \geq 0$

Maximize  $z = 2x + y$  subject to constraints  $x + 2y \leq 20, x \geq 0, y \geq 0$

13. समाकलन करें।

Integrate

$$\int \cos x \cdot \cos 5x \, dx.$$

14. समाकलन करें।

Integrate.

$$\int \frac{\operatorname{cosec} x \, dx}{\operatorname{cosec} x + \cot x}$$

15. मान निकालें।

Evaluate

$$\int_0^{\pi/2} \cos^4 x \, dx$$

16. मान निकालें।

Evaluate

$$\int_0^{\pi/4} \frac{1 + \sin 2x}{\cos x + \sin x} \, dx$$

17. हल करें।

Solve

$$\sqrt{a+x} \frac{dy}{dx} + x = 0$$

18. हल करें।

Solve

$$\frac{dy}{dx} = x - y$$

19. यदि  $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$  तो  $\vec{a} \times \vec{b}$  ज्ञात करें।

If  $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$  then find  $\vec{a} \times \vec{b}$ .

20. सिद्ध करें कि बिंदु  $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$ ,  $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ ,  $-7\vec{b} + 10\vec{c}$  समरेख है।

Prove that the points  $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$ ,  $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ ,  $-7\vec{b} + 10\vec{c}$  are collinear

21. सिद्ध करें कि  $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b}) = 2(\vec{a} \times \vec{b})$

Prove that  $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b}) = 2(\vec{a} \times \vec{b})$

22. तलों  $x + 2y + 3z = 6$  और  $3x - 3y + z = 1$  के बीच का कोण निकालें।

Find the angle between the planes  $x + 2y + 3z = 6$  and

$3x - 3y + z = 1$ .

23. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात करें जहाँ रेखा  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{4}$ , तल  $x + y + 4z = 6$  से मिलती है।

Find the coordinates of the point where the line

$\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{4}$  meets the plane  $x + y + 4z = 6$ .

24. दो सिक्के उछाले जाते हैं। यदि  $A =$  पहले सिक्के पर शीर्ष आने की घटना तथा  $B =$  दूसरे पर पृष्ठ आने की घटना तो सिद्ध करें कि  $A$  और  $B$  स्वतंत्र हैं।

Two coins are tossed. If  $A =$  event of occurrence of head on the first coin and  $B =$  event of occurrence of tail on the second coin, then prove that  $A$  and  $B$  are independent events.

25. यदि  $A$  और  $B$  दो घटनाएँ इस प्रकार हों कि  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{1}{4}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$  तो  $P(A/B)$  और  $P(B/A)$  निकालें।

If  $A$  and  $B$  are two events such that  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{1}{4}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$  then find  $P(A/B)$  and  $P(B/A)$ .



26. p के मान ज्ञात करें जिससे रेखाएँ

$$\frac{11-x}{p} = \frac{3y-3}{2} = \frac{17-z}{5} \quad \text{और} \quad \frac{x-22}{3p} = \frac{2y-7}{27p} = \frac{z-100}{6/5} \quad \text{परस्पर}$$

लंब हो।

Find the values of p so that the lines

$$\frac{11-x}{p} = \frac{3y-3}{2} = \frac{17-z}{5} \quad \text{and} \quad \frac{x-22}{3p} = \frac{2y-7}{27p} = \frac{z-100}{6/5} \quad \text{are}$$

perpendicular to each other.

27. मान ज्ञात करें :

Find the value :

$$(2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}) \cdot (2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) \times (\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k})$$

## दीर्घउत्तरीय प्रश्न/Long Answer Type Questions

प्रश्न संख्या 28 से 35 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए 5 अंक निर्धारित हैं। किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर दें। (4 x 5 = 20)

Question nos. 28 to 35 are long answer type questions. Each question carries 5 marks. Answer any 4 questions. (4 x 5 = 20)

28. यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  तो प्रारंभिक रूपांतरण से A का व्युत्क्रम आव्यूह ज्ञात करें।

If  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  then find the inverse matrix of A by elementary transformation.

29. यदि  $x^m y^m = (x + y)^{m+n}$  तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात करें।

If  $x^m y^m = (x + y)^{m+n}$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

30. सिद्ध करें कि  $x - \sin x$  का कोई उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ मान नहीं है।

Prove that  $x - \sin x$  has neither a maximum value nor a minimum value.

31. समाकलन करें :

Integrate

$$\int \tan^4 x \, dx$$

32. सिद्ध करें कि

Prove that

$$\int_0^{\pi/2} \log \cos x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2.$$

33. यदि  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$  और  $\vec{b} = 7\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$  तो  $|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})|$  ज्ञात करें।  
If  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$  and  $\vec{b} = 7\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$  then find  $|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})|$ .

34. अधिकतमीकरण करें Maximize :  $z = x + y$

जब कि (Subject to)

$$x - y \leq -1$$

$$-x + y \leq 0$$

$$x, y \geq 0$$

35. एक सिक्के की दो उछालों में शीर्षों की संख्या का प्रसरण ज्ञात करें।

Find the variance of the number of heads in two tosses of a coin.